

# AMBIENTES VIRTUALES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE. EL USO DE SIMULADORES

## VIRTUAL ENVIRONMENTAL AND TEACHING ENVIRONMENTS. THE USE OF SIMULATORS

**Adriana Laura Pirro**

*Universidad Nacional de Mar del Plata*

[adriana.pirro@gmail.com](mailto:adriana.pirro@gmail.com)

Fecha de recepción: 23/6/2019

Fecha de aprobación: 15/7/2019

### **Resumen**

El presente trabajo describe una propuesta pedagógica de enseñanza y aprendizaje y su implementación mediante una prueba piloto basada en el diseño de un material multimedial sobre el tema “Curvas Planas: Ecuaciones Paramétricas y Coordenadas Polares”, correspondiente a la asignatura Análisis Matemático A, del primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Se implementó en la modalidad de aula extendida, en un entorno virtual de aprendizaje. Para el desarrollo del contenido se puso especial énfasis en la visualización y simulación, incorporando el uso de un simulador computacional y diseñando actividades que contemplaran diversas estrategias de

enseñanza y los procesos cognitivos en los que inciden. Esta modificación en el enfoque metodológico de la enseñanza muestra que la presencia de un simulador puede implicar una transformación en el comportamiento de los actores del proceso pedagógico. Este cambio metodológico, permitió a los alumnos descubrir conceptos matemáticos que podrían pasar inadvertidos, construyendo así un puente entre las ideas intuitivas y los conceptos formales.

### **Palabras clave**

Estrategias de enseñanza-aprendizaje, simulación, visualización, la cicloide, coordenadas polares.

*e-tramas 3 – Julio 2019 – pp. 65-80*

*ISSN 2618-4338*

*GTI – TEG 2.0 – I+D+I Historia y videojuegos (II)*

*Facultad de Ingeniería; Facultad de Humanidades*

*Universidad Nacional de Mar del Plata*

*Universidad de Murcia*

**Abstract**

The current work describes a pedagogical proposal of teaching-learning and its implementation through a pilot test, based on the design of a multimedia material on the topic Plain Curves: Parametric Equations and Polar Coordinates, corresponding to the subject Mathematical Analysis A, of the first year of the of the Faculty of Engineering of the National University of Mar del Plata. It was implemented in the form of extended classroom, in a virtual learning environment. For the development of the content, special emphasis was placed on visualization and simulation, incorporating the use of

a computational simulator and designing activities that contemplate various teaching strategies and the cognitive processes in which they are affected. This change in the methodological approach to teaching shows that the presence of a simulator can imply a transformation in the behavior of the actors in the pedagogical process. This methodological change allowed the students to discover mathematical concepts that could go unnoticed, building a bridge between intuitive ideas and formal concepts.

**Keywords**

Teaching-learning strategies, simulation, visualization, cycloid, polar coordinates.

**INTRODUCCIÓN**

En la enseñanza de la matemática se suelen obviar otros sistemas de representación de coordenadas, diferente al usual, y los cuales son útiles para diferentes aplicaciones en Análisis Matemático. Además, una de las competencias de aprendizaje es construir gráficas de curvas planas y poder seleccionar la representación más adecuada, es decir en coordenadas cartesianas, paramétricas o polares (Vincent Millan, Granado Pérez y Pariche Valdivieso, 2019; Moncada Andino, *et. al*, 2015). De acuerdo con Vicent Millan, Granado Pérez y Pariche Valdivieso (2019) se deben generar espacios de aprendizaje apoyados en recursos tecnológicos que motiven, a través de distintas situaciones didácticas, la indagatoria y la conjetura sobre estos distintos sistemas de representación. Por otra parte, en la enseñanza de curvas, presentadas a través de ecuaciones paramétricas y coordenadas polares, se exhiben dificultades en el análisis del comportamiento de sus gráficas cuando se hace una variación de los parámetros de sus ecuaciones.

El aprendizaje es un proceso situado que depende de múltiples factores, entre los que se encuentran las diversas interacciones que tiene el alumno con las herramientas a las

que accede, por ejemplo, los recursos tecnológicos. Por ello, en la búsqueda de soluciones a esta problemática, se diseñaron situaciones de enseñanza para favorecer el aprendizaje de los estudiantes incorporando recursos tecnológicos de modo que el aprendizaje se produzca a través de la exploración, análisis y elaboración de conclusiones.

## LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

En el campo de la Psicología, la investigación ha mostrado la importancia que juega el papel de la cognición en el proceso de aprendizaje. Ha hecho hincapié en la atención, la memoria, la percepción, las pautas de reconocimiento y el uso del lenguaje en dicho proceso.

Cognoscitivistas, como Ausubel, Novak y Hanessian (1983), consideran que el aprendizaje debe reestructurar las ideas, conceptos y esquemas que el alumno ya posee. Es decir, cognitivamente debe crear nuevas estructuras de conocimiento interrelacionando la nueva información con sus conocimientos previos: aprendizaje significativo (Díaz Barriga y Hernández Rojas, 2010).

Considerando que la enseñanza es un proceso que intenta andamiar el logro de aprendizajes significativos, a la hora de diseñar propuestas educativas se debe pensar, no solo en objetivos y contenidos, sino también qué estrategias de enseñanza se utilizan y sobre cuáles procesos cognitivos inciden. De acuerdo con Díaz Barriga y Hernández Rojas (2010) las estrategias de enseñanza son recursos que utiliza el docente para prestar la ayuda pedagógica. Se las puede clasificar, según su momento de uso, en:

a) Preinstruccionales, al inicio de una secuencia didáctica, podemos citar: objetivos, discusiones guiadas, actividades introductorias. Cognitivamente inciden en la generación de expectativas apropiadas y activan los conocimientos previos (Figura 1).

b) Coinstruccionales, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. Aquí podemos mencionar: gráficas, preguntas intercaladas, simulaciones. Su función es orientar al alumno para una mayor conceptualización de los contenidos y la interrelación entre los conceptos más relevantes.

c) Posinstruccionales, al finalizar una secuencia de enseñanza y aprendizaje. Algunas de estas estrategias son: resúmenes finales, actividades integradoras, mapas conceptuales. Permiten al estudiante tener una visión integradora del material e inclusive valorar su propio aprendizaje.

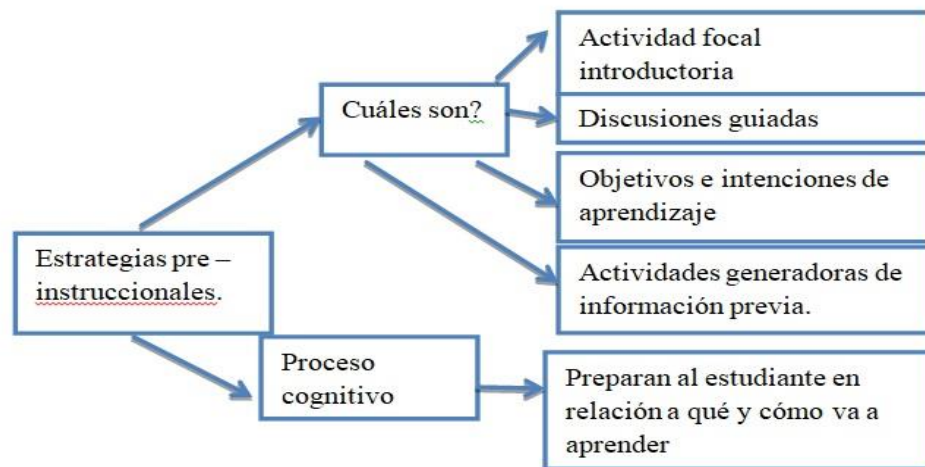


Figura 1. Estrategias pre-instruccionales

### La visualización y simulación en matemática

Álvarez Alfonso *et al.* (2014) señalan que en las actividades matemáticas hay dos procesos importantes: conjeturar y argumentar. Los mismos autores definen el proceso de conjeturar como un mecanismo a través del cual se pueden realizar afirmaciones sobre las propiedades de determinados objetos o las relaciones que se dan entre ellos, esto se puede ejecutar a partir de observaciones, ensayos o experimentos.

Es aquí donde la visualización de un objeto matemático cobra sentido para poder así identificar las características del mismo. Por ello, en la enseñanza y aprendizaje de la matemática la visualización cumple un rol muy importante. Al respecto Arcavi (2003) señala tres aspectos en los que puede ayudar a los estudiantes: (a) como soporte e ilustración de resultados esencialmente simbólicos, (b) una posible manera de resolver el conflicto entre soluciones simbólicas (correctas) e intuiciones (incorrectas), y (c) como una forma de recuperar los fundamentos conceptuales eludidos por soluciones formales.

Gomez Chacón (2012) señala que la visualización inspira descubrimientos, es clave en la comprensión y puede mejorar el aprendizaje en matemática. Se ha visto beneficiada por el aporte de los simuladores computacionales que integrados a entornos de aprendizaje, estimulan y favorecen la comprensión de conceptos a través de la observación directa (Rubio, Prieto y Ortiz, 2016).

La utilización de simuladores en prácticas formativas se inició a mediados del siglo xx, pero tiempo después fue incorporada a procesos formativos, tanto académicos como industriales y empresariales, pues favorecen la aplicación de la teoría a la práctica, generan

un aprendizaje autónomo, permiten identificar aciertos y errores a través de un *feed back* inmediato (Guzmán y Del Moral, 2018). Actualmente, en la enseñanza de la matemática, se le ha dado importancia al uso de estas herramientas tecnológicas como un medio para que los estudiantes la perciban de una forma más experimental, descubriendo relaciones fundamentales (Gamboa Araya, 2007).

En investigaciones realizadas por Dussel (2014) manifiesta que el *software* más utilizado en matemática para visualizar y operar cognitivamente es GeoGebra. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo. Relaciona lo experimental y lo conceptual para una organización didáctica y disciplinar que cruza Matemática, Ciencias, Ingeniería y Tecnología (STEM: Science Technology Engineering & Mathematics) (Geogebra, 2019). Este *software* permite generar representaciones visuales de objetos matemáticos y tiene la ventaja de que los estudiantes, mediante desplazamientos, intervienen sobre los gráficos ilimitadamente, a la vez que estos se traducen en lenguaje algebraico.

Tal como definen Rodríguez y Roggero (2014), un simulador computacional es el producto de la representación de un proceso o fenómeno (natural o artificial), mediante modelos elaborados con herramientas tecnológicas. En este sentido y de acuerdo con Rubio, Prieto y Ortiz (2016), el GeoGebra es un simulador computacional que se diferencia de otros por su dinamismo y la posibilidad de interacción a través de la modificación de parámetros. Duval (2006) destaca que el *software* puede convertirse en una herramienta valiosa para mostrar al instante tantas representaciones diferentes como sean necesarias. Puede brindar una percepción dinámica de la transformación de la representación frente al soporte estático del papel. De esta forma, acompaña cognitivamente al alumno para realizar conjeturas sobre los objetos matemáticos mediante la manipulación de sus distintas representaciones, contribuyendo a darles sentido (Castiblanco Paiba, Urquina Llanos, Camargo Uribe y Acosta Gempeler, 2002).

## METODOLOGÍA

El objetivo del presente trabajo es describir el diseño e implementación de un ambiente de aprendizaje enriquecido con tecnología, en un curso de primer año de Análisis Matemático A, de la Facultad de Ingeniería en la Universidad Nacional de Mar del Plata. Esta propuesta enfatiza el trabajo matemático que implica la aprehensión de los conceptos a través de la simulación y la visualización. Se utilizaron diferentes recursos pedagógicos teniendo en

cuenta los procesos cognitivos que se ponen en juego. La propuesta es una prueba piloto que en próximas ejecuciones podrá ser validada.

Los cursos en esta asignatura son numerosos y heterogéneos. Por ello y de acuerdo con Malbrán y Pérez (2004), en la universidad el diseño de simuladores computacionales y su utilización contribuye a enfrentar algunos problemas derivados de cursos de alta matrícula; dificultades para vincular la teoría y la práctica y escasas oportunidades para la práctica. El tema elegido fue el análisis de las variaciones de los parámetros en la curva Cicloide y gráficas de curvas dadas en forma polar, correspondiente a “Curvas Planas: Ecuaciones Paramétricas y Coordenadas Polares”, incluido en la primera unidad del programa de la asignatura Análisis Matemático A. Estas curvas, que no están presentes en el currículo de la Educación Secundaria, son sencillas de graficar y analizar, sin insumir una gran cantidad de tiempo, valiéndose de simuladores computacionales y además activan los conocimientos previos de los alumnos.

Se considera que la formación matemática, además de incluir el conocimiento y uso en contexto de diferentes tipos de curvas, también debe incorporar el trabajo y experimentación con ellas, pues suministran modelos y herramientas necesarias para el análisis y aplicación en las materias específicas de una carrera de Ingeniería. La propuesta de intervención pedagógica se basó en la modalidad “aula extendida”, ya que se pensó que era la más adecuada para complementar las acciones pedagógicas que se desarrollan durante el dictado presencial de la asignatura.

Un “aula extendida” es una modalidad en la que centro está dado por el encuentro entre docentes y alumnos de manera frecuente. Extendida significa que el uso de la tecnología digital extiende las posibilidades de la clase en términos de búsqueda de recursos, interacción con el profesor y los demás alumnos, la preparación de los exámenes, etc. Sería como una clase presencial extendida por la llegada posible a través de las tecnologías (Zangara, 2008).

Para la creación del aula extendida se utilizó un Entorno Virtual de Aprendizaje (tradicionalmente conocido como EVEA). Un EVEA es un espacio educativo alojado en la web, conformado por un conjunto de herramientas informáticas que facilitan la interacción didáctica (Salinas, 2011). Un ejemplo de ello es la plataforma educativa Moodle.

El recurso de simulación se desarrolló en base a un generador de *applets*, el software GeoGebra. Dichos *applets* se incluyeron en el EVEA. Con el uso de la herramienta educativa GeoGebra se crearon gráficas interactivas (*applets*) de curvas dadas a través de ecuaciones paramétricas y ecuaciones polares. La presencia del simulador computacional implicó, desde luego, un cambio en el comportamiento de los actores del proceso pedagógico,

debiéndose establecer claramente la forma en cómo se iba a utilizar para que favoreciera los cambios en las formas de aprendizaje y en los procesos cognitivos de los alumnos.

Con la modalidad de “aula extendida” los alumnos participantes de esta prueba piloto, pudieron consultar a sus profesores, en la clase presencial, las dudas surgidas al interactuar con los materiales, las tareas propuestas y con los applets desarrollados con GeoGebra. Además se habilitó en el EVEA un foro de comunicación y la mensajería interna. A continuación, se describen las estrategias de enseñanza utilizadas y los procesos cognitivos que se pretendieron activar mediante esta propuesta.

### Estrategias preinstruccionales

De forma tal de anticiparle al alumno qué aprenderá y de situarlo en el contexto conceptual, se incluyeron los objetivos y la ubicación del tema en el programa de estudios de la asignatura (Figura 2).

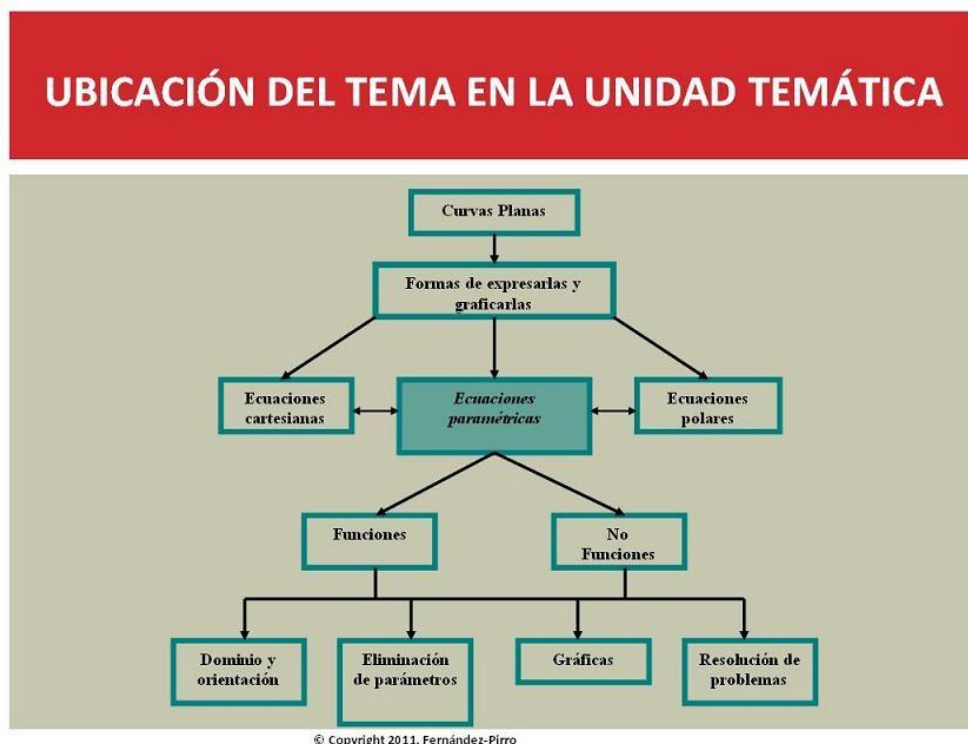


Figura 2. Estrategia pre instruccional

También se explicitaron los conocimientos previos, es decir sus conocimientos declarativos y procedimentales, los cuales se reforzaron con anclajes relacionales a material teórico. El

proceso cognitivo en el que inciden estas estrategias es la generación de expectativas apropiadas y la contextualización de sus aprendizajes, dándoles sentido.

Como actividad focal introductoria a los contenidos a simular (estrategias que tienen como objetivo atraer la atención del alumno, activar sus conocimientos previos o crear una situación motivacional de inicio) se planteó una pregunta con la intención de generarle una disonancia cognitiva, es decir un conflicto en cuanto a sus creencias o ideas (Figura 3). Se le dio una retroalimentación a la opción elegida y en ambos casos se les mostró un video que daba la solución en forma experimental. Se intentó incidir en los siguientes procesos cognitivos: generación de expectativas apropiadas, activación de conocimientos previos y mejora de la codificación de la nueva información.



**COMENZANDO A TRABAJAR**

*¿Cuál es el camino que tiene que recorrer una bolita metálica en el menor tiempo, para ir de un punto A a otro B ubicados a distintas alturas y suponiendo que se dejó caer con una velocidad inicial nula?*

Observe las siguientes gráficas y seleccione la opción que considere correcta.

The image shows two diagrams side-by-side. The left diagram shows a straight red line connecting point B (lower) to point A (higher). The right diagram shows a curved red path starting at point B (lower) and ending at point A (higher), curving upwards and then downwards.

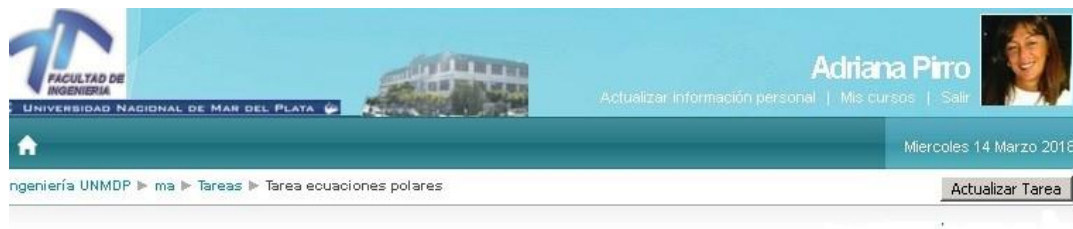
Figura 3. Imagen de la pantalla de inicio a la actividad focal introductoria.

### Estrategias coinstruccionales

Se utilizaron *applets* de GeoGebra para favorecer la conceptualización de los nuevos contenidos y la relación entre los conceptos más importantes. De esta manera, el alumno pudo experimentar, observar, indagar, inferir características respecto al tema de estudio. Como complemento de la utilización del simulador computacional GeoGebra se consideró pertinente incorporar en el EVEA una tarea con preguntas intercaladas (Figura 4). Es decir,



preguntas que se le plantean al alumno en la situación de enseñanza con la intención de guiar su aprendizaje y de forma que las respondiesen en simultáneo con las observaciones gráficas. Los autores Cook & Mayer (1983) señalan que esta estrategia favorece los procesos de focalización de la atención y decodificación literal del contenido; construcción de conexiones internas (inferencias constructivas) y construcción de conexiones externas (uso de conocimientos previos).



Para cada uno de los siguientes ejercicios utilice el siguiente link del simulador [Visualizador de gráficas polares](#):

Para graficar, ingrese la ecuación correspondiente en el recuadro que dice "r= .....", teniendo en cuenta que r es equivalente a  $\rho$  y  $\theta$  es equivalente a  $\Theta$ .

Mediante la observación, obtenga las generalizaciones pedidas.

Grafique:

- 1)  $\rho = 2 \cos \Theta$  y  $\rho = -3 \cos \Theta$   
Generalice para  $\rho = a \cos \Theta (a \in \mathbb{R})$
- 2)  $\rho = 3 \sin \Theta$  y  $\rho = -6 \sin \Theta$   
Generalice para  $\rho = a \sin \Theta (a \in \mathbb{R})$
- 3)  $\rho = \sin 3\Theta$  y  $\rho = \sin 5\Theta$   
Conjeture a gráfica de  $\rho = \sin n\Theta (n > 0)$
- 4)  $\rho = \cos 2\Theta$  y  $\rho = \cos 3\Theta$   
Conjeture a gráfica de  $\rho = \cos n\Theta (n > 0)$

**Figura 4.** Imagen correspondiente a preguntas intercaladas

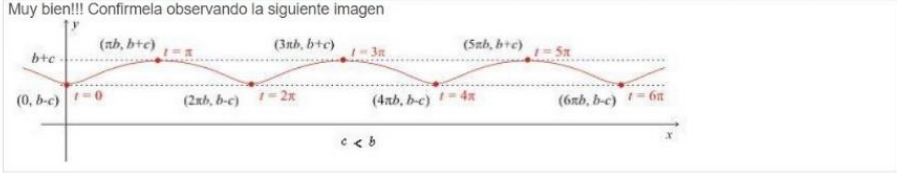
También se incluyeron en el EVEA cuestionarios, previos a la entrega final, en los cuales se le ofreció al estudiante una retroalimentación. Se le informó si su respuesta era correcta o no. En caso de no serla, se le dieron pistas para que intentara nuevamente con el simulador computacional y “observase” determinadas cuestiones para discriminar los elementos informativos y poner en juego sus habilidades analíticas para comparar. Si su respuesta fue correcta, en algunos casos se plantearon nuevos interrogantes y en otros se la reafirmó con una justificación (Figura 5). Es de destacar que este tipo de estrategia ayuda al estudiante a supervisar sus avances, es decir, cumple la función de evaluación formativa al favorecer el aprendizaje significativo del contenido y su autorregulación.

2 Si  $c$  es menor que  $b$  la curva presenta lazos y se interseca consigo misma.

Puntos: 1/1

Respuesta:  Verdadero  Falso

Muy bien!!! Confírmela observando la siguiente imagen



Enviar

Correcto

Puntos para este envío: 1/1.

---

3 Si  $c=0$  la gráfica de la Trocoide es  ✓

Puntos: 3/3

Si  $c=b$  la gráfica de la Trocoide es  ✓

El conjunto imagen para la gráficas correspondientes a las Trocoides es el intervalo  ✓

Una vez enviada su respuesta, sitúe el cursor sobre el menú desplegable para leer  ✓

Enviar

Parcialmente correcto

Puntos para este envío: 2/3.

Guardar sin enviar   Enviar página   Enviar todo y terminar

Usted se ha autenticado como Mery Fernández (Salir)

moodle

Figura 5. Imagen correspondiente a retroalimentación.

## ESTRATEGIA POST- INSTRUCCIONAL

Se seleccionó la entrega grupal (no más de dos alumnos) de dos guías de trabajos prácticos integradoras en las cuales se reflejase el trabajo con el simulador computacional GeoGebra y las conclusiones a las que habían arribado. En la guía correspondiente a curvas en forma paramétrica se trabajó específicamente sobre la curva cicloide. En el material entregado se hicieron todas las aclaraciones sobre el significado de los parámetros que aparecían involucrados en las ecuaciones y el significado de las “letras” en el simulador. De esta forma, al ir variando los parámetros, se obtuvieron distintas curvas, con distintas características, que luego, en la entrega de la guía, se debían describir y además incluir todo aquello observado que se considerase relevante.

De la misma manera se trabajó con las curvas en forma polar. A partir de distintas curvas propuestas y de las observaciones de las gráficas reproducidas con el simulador, se les solicitó efectuar generalizaciones de las curvas obtenidas con respecto a distintos valores de variación de los parámetros. Se estableció una fecha de entrega en la que las guías debían ser entregadas en el EVEA, se seleccionó la opción subida avanzada de archivo.

## RESULTADOS

La prueba piloto se realizó con veintisiete estudiantes de la asignatura, de los cuales veinte completaron todas las actividades propuestas. En un encuentro presencial se les mostró e indicó la forma de ingresar al EVEA, se explicitó la modalidad de trabajo, los espacios para consultas tanto presenciales como virtuales y la fecha de entrega de las guías solicitadas. Los alumnos pudieron distribuirse libremente en grupos de no más de dos alumnos. A continuación se describen los resultados de algunas de las actividades acorde con los momentos instruccionales en los cuales se implementaron:

a) Estrategias preinstruccionales. La pregunta inicial, que como expresamos tenía la intención de crear un conflicto de ideas, fue respondida erróneamente por la gran mayoría. La retroalimentación, un video que en forma experimental mostraba la solución, les causó mucha sorpresa y generó entusiasmo para continuar con las actividades.

b) Estrategias coinstruccionales. Un ejemplo de cuestionario incluido en el EVEA es el de “eliminación del parámetro y análisis de dominios a partir de un conjunto de ecuaciones paramétricas”. Pudimos observar que les demandó, en general, unos 30 minutos resolver la actividad y el rango de calificación fue muy bueno (Figura 6).

Si bien expresamos que los alumnos podían hacer consultas en forma presencial, también se les incluyó en el EVEA enlaces a micrositios con contenidos teóricos y ejemplos desarrollados.

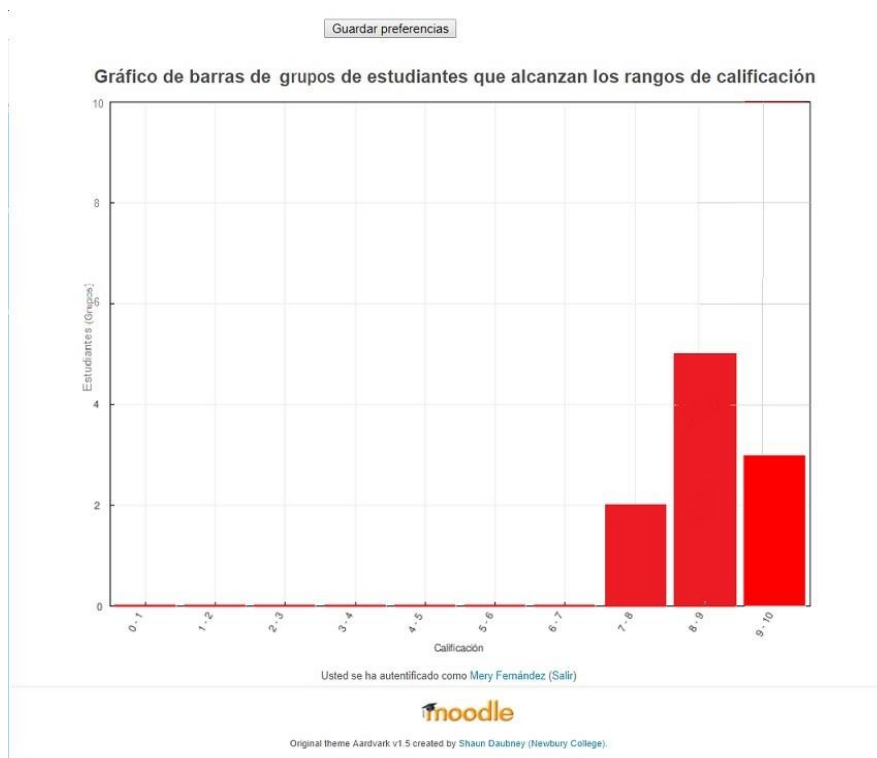
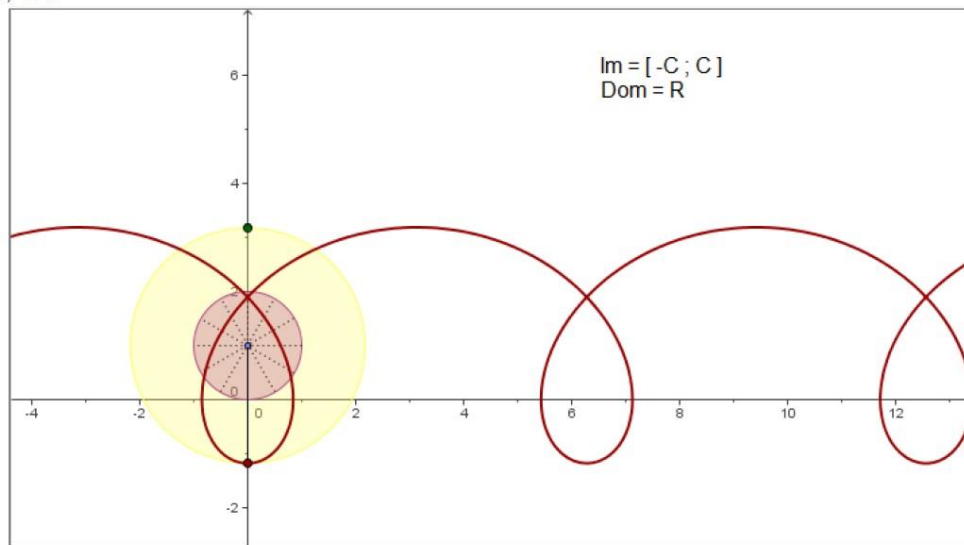


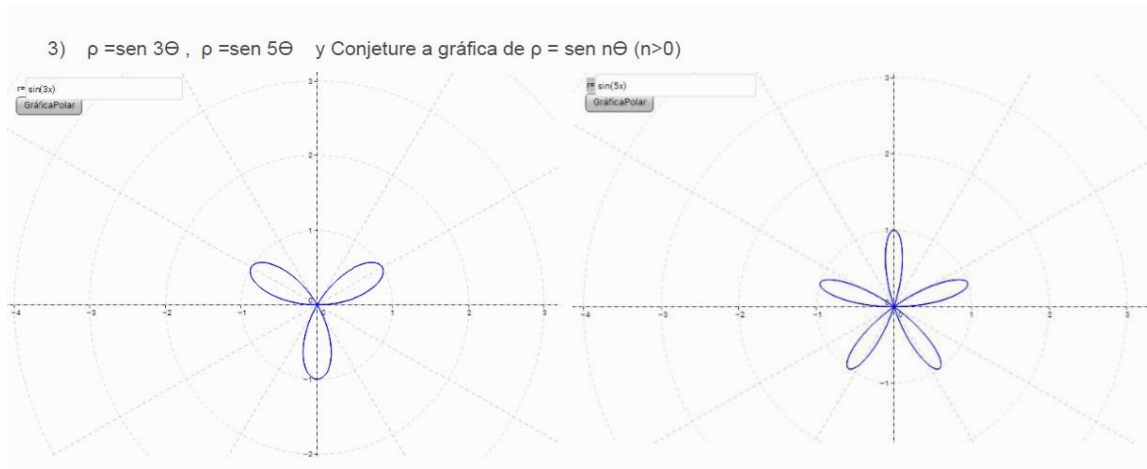
Figura 6. Rangos de calificaciones.

2) c>b



La función corta al eje x en un punto a una misma distancia en forma periodica formando lazos

Figura 7. Imagen correspondiente al trabajo de Ecuaciones Paramétricas



**Figura 8.** Imagen correspondiente al trabajo de Coordenadas Polares.

Un 60% realizó bien la tarea, aunque se pudo observar la ausencia de algunos análisis de variación de parámetros. En general estos equipos presentaron la guía hecha a mano, prolija y escaneada. Solo un 10% no logró alcanzar los objetivos propuestos, se evidenciaron errores conceptuales y entrega incompleta.

El uso de *applets* les permitió a los alumnos modificar parámetros y observar en la pantalla el efecto producido por dichos cambios; así llegaron a resultados a través de un proceso de ensayo y error. Este proceso les permitió descubrir conceptos matemáticos y construir un puente entre las ideas intuitivas y los conceptos formales (Ausubel, Novak y Hanessian, 1983).

Así, se logró una interpretación más rica y precisa de las características de los elementos gráficos. Además, la manipulación de los llamados “deslizadores” les facilitó la apreciación y comprobación de aspectos y relaciones que podrían pasar inadvertidos o ser difíciles de estimar en toda su extensión utilizando solamente lápiz y papel.

## REFLEXIONES FINALES

En este artículo se presenta cómo puede diseñarse e implementarse una propuesta pedagógica de enseñanza y aprendizaje basada en un material multimedial sobre un tema específico de la asignatura Análisis Matemático A contribuiría a desarrollar procesos cognitivos. Se considera que los materiales multimediales utilizados con fines pedagógicos e incluidos en propuestas de enseñanza pueden tener un alto grado de aceptación entre los alumnos y ayudar con la formación de competencias, dado que proponen actividades que

promueven una combinación dinámica del conocimiento, de la comprensión, de diferentes capacidades y habilidades, pudiendo fomentar los aprendizajes significativos.

Dado que nuestra percepción es mayoritariamente visual es de suma importancia su incorporación en las actividades de aprendizaje y enseñanza de matemática. Como expresa Arcavi (2003) es un camino para “ver lo invisible” y que colabora en procesos como los de conjeturar, analizar y formalizar.

En cuanto a la implementación de la prueba piloto se pudo observar que los estudiantes utilizaron el simulador sin mayores dificultades, modificando parámetros y observando y analizando el comportamiento gráfico de las curvas propuestas en las actividades. También las actividades promovieron el trabajo colaborativo entre grupos y entre grupos y docentes. Además, la incorporación de actividades de visualización a través del uso de simulaciones impactó positivamente en la construcción del conocimiento.

De esta forma se construyó un espacio en el que los alumnos experimentaron, se equivocaron, volvieron a experimentar y desarrollaron conjeturas siendo estos procesos cognitivos necesarios para la conceptualización matemática. Por último y de acuerdo con Artigue (2017) enseñar matemática haciendo uso de nuevas tecnologías es aprender a sacar el mejor provecho de estos recursos digitales, replantear la gestión del aula y asumir nuevos modos de comunicación con los estudiantes y entre ellos y la matemática.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez Alfonso, I., Ángel, L., Carranza, E. y Soler Álvarez M. (2014). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. *Números Revista de Didáctica de la Matemática*, 85, 75-90. Recuperado de [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/85/Articulos\\_05.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/85/Articulos_05.pdf)
- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/3483015>
- Artigue, M. (2017). La tecnología favorece el aprendizaje de las matemáticas. V Seminario Internacional de Innovaciones Pedagógicas. *El docente competente y la innovación pedagógica a través de la tecnología*, 11-16. RIL® editores. Santiago de Chile: Chile.
- Ausubel, D., Novak, J y Hanessian, H. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México. Ed Trillas.
- Castiblanco Paiba, A., Urquina Llanos, H., Camargo Uribe, L. y Acosta Gempeler, M.(2002). Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación

- Básica Secundaria y Media de Colombia. *Congreso Internacional Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas*, pp. 44-60. Bogotá: Colombia.
- Cook, L. & Mayer, R. (1983). Reading Strategies Training for Meaningful Learning from Prose. In M. Pressley, and J. R. Levis (Eds.), *Cognitive Strategy Research* (pp. 87-131). Springer. New York: EE.UU.
- Díaz Barriga, F. y Hernández Rojas, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista* (3a.ed.). México. Ed. Mc Graw Hill.
- Dussel, I (2014). *Incorporación con sentido pedagógico de TIC en la formación docente de los países del Mercosur*. Buenos Aires: Ed. Teseo.
- Duval, R. (2006). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia. Ed. Universidad del Valle y Peter Lang S.A.
- Gamboa Araya, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2(3), 11-44.
- GeoGebra (2019). Qué es Geogebra. Recuperado de <https://www.geogebra.org/about>
- Gómez Chacón, I. M (2012). Visualización matemática: intuición y razonamiento. En M. Castrillón; M. I. Garrido; J. A .Jaramillo; A. Martínez y J. Rojo, (Eds.), *Contribuciones matemáticas en homenaje a Juan Tarrés* (pp. 201-219). Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid.
- Guzmán Duque, A. P. y Del Moral Pérez, M. E. (2018). Percepción de los universitarios sobre la utilidad didáctica de los simuladores virtuales en su formación. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 53, 41-60.
- Malbrán, M. y Pérez, V. (2004). Potencialidad educativa de la simulación mediada por ordenadores. CACIC 2004. *Actas del X Congreso Argentino de Ciencias de la Computación*. Universidad Nacional de La Matanza. Argentina.
- Moncada Andino, R, Ochoa Vásquez, D., Espín González, F., Sandoval Jacobo, A. y López Durán, E. (2015). Construcción de curvas planas con el uso de un software (GeoGebra) en el instituto tecnológico de Zacatepec (Itz). *Nousitz. Revista de Investigación Científica y Tecnológica* 59(3), 35-45.
- Rodríguez, L. y Roggero, P. (2014). La modelación y simulación computacional como metodología de investigación social. *POLIS. Revista Latinoamericana*, 39, 1-16.
- Rubio, L., Prieto, J. y Ortiz, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation (IJERI)*, 2, 90-111.

- Salinas, M. (2011). *Entornos virtuales de aprendizaje en la escuela: tipos, modelo didáctico y rol del docente*. Buenos Aires: Universidad Católica de Argentina.
- Vicent Millán, R., Granado Pérez, F. y Pariche Valdivieso, A. (2019). Propuesta para la enseñanza/aprendizaje de las coordenadas polares con GeoGebra. *XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, Medellín, Colombia.
- Zangara, A. (2008). Conceptos básicos de educación a distancia o “las cosas por su nombre”. *Proyecto: Generalización del uso educativo de las TIC en la Universidad de la República*. Recuperado de <https://es.scribd.com/doc/15679132/Conceptos-basicos-de-educacion-a-distancia-o-las-cosas-por-su-nombre-A-Zangara>.